



CEFET/RJ



ÁLGEBRA RELACIONAL

Eduardo Ogasawara
eogasawara@ieee.org
<https://eic.cefet-rj.br/~eogasawara>

Álgebra relacional

- Álgebra relacional:
 - Conjunto básico de operações para o modelo relacional
- Expressão da álgebra relacional:
 - Sequência de operações da álgebra relacional
- O objetivo da álgebra relacional é permitir o cálculo de consultas declaradas com linguagens de nível mais alto no modelo relacional

Álgebra relacional

- Linguagem procedural
- Operadores básicos:
 - seleção: σ
 - projeção: π
 - união: \cup
 - interseção: \cap
 - diferença de conjuntos: $-$
 - produto cartesiano: \times
 - junção: \bowtie
 - agregação: Γ
 - divisão: \div
 - renomeação: ρ
- Os operadores usam uma ou duas relações como entrada e produzem uma nova relação como resultado

Esquema de exemplo usado

- agencia (nomeAgencia, cidadeAgencia, ativo)
- cliente (nomeCliente, ruaCliente, cidadeCliente)
- conta (numeroConta, nomeAgencia*, saldo)
- emprestimo (numeroEmprestimo, nomeAgencia*, quantia)
- depositante (nomeCliente*, numeroConta*)
- tomador (nomeCliente*, numeroEmprestimo*)
- (*) são chaves estrangeiras

Operação seleção

- Notação: $\sigma_p(R)$
- p é chamado o predicado de seleção e R é o nome de uma relação

- Definida como:

$$\sigma_p(R) = \{t \mid t \in R \wedge p(t)\}$$

- Onde p é uma fórmula em cálculo proposicional consistindo em termos conectados por: \wedge (and), \vee (or), \neg (not)

Cada termo pode ser:

<atributo> op <atributo> ou <constante>

onde op pode ser: $=, \neq, >, \geq, <, \leq$

- Exemplo:

- Trazer todas as informações das contas da agência Perryridge

$\sigma_{nomeAgencia="Perryridge"}(conta)$

Operação seleção – exemplo

- Relação R

a	b	c	d
α	α	1	7
α	β	5	7
β	β	12	3
β	β	23	10

- $\sigma_{(a=b) \wedge (d > 5)}(R)$

a	b	c	d
α	α	1	7
β	β	23	10

Operação projeção

- Notação:

$$\pi_{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_k}(R)$$

onde $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_k$ são nomes de atributo
e R é um nome de uma relação

- O resultado é definido como a relação de k colunas obtidas excluindo-se as colunas que não estão listadas
- Linhas duplicadas são removidas do resultado, de modo que as relações sejam conjuntos
- Exemplo:
 - Trazer todos os números de conta e seus respectivos saldos

$$\pi_{\text{numeroConta}, \text{saldo}}(\text{conta})$$

Operação projeção – exemplo

- Relação R:

a	b	c
α	10	1
α	20	1
β	30	1
β	40	2

- $\pi_{a,c}(R)$

A	c
α	1
β	1
β	2

Operação união

- Notação: $R \cup S$
- Definida como:
$$R \cup S = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$$
- Para que $R \cup S$ seja válido:
 - R e S precisam ser da mesma aridade (o mesmo número de atributos)
 - Os domínios de atributo precisam ser compatíveis (exemplo: 2a coluna de R lida com o mesmo tipo de valores que a 2a coluna de S)
- Exemplo:
 - Encontre todos os clientes com uma conta ou um empréstimo
$$\pi_{nomeCliente}(depositante) \cup \pi_{nomeCliente}(tomador)$$

Operação união – exemplo

- Relações R, S :

R

a	b
α	1
α	2
β	1

S

a	b
α	2
β	3

- $R \cup S$

a	b
α	1
α	2
β	1
β	3

Operação de interseção

- Notação: $R \cap S$
- Definida como:

$$R \cap S = \{ t \mid t \in R \wedge t \in S \}$$

- A interseção de conjuntos precisa de relações compatíveis
 - R e S precisam ter a mesma aridade
 - os domínios de atributo de R e S precisam ser compatíveis

Operação interseção – exemplo

▪ Relação R, S :

R

a	b
α	1
α	2
β	1

S

a	b
α	2
β	3

▪ $R \cap S$

a	b
α	2

Operação de diferença

- Notação $R - S$

- Definida como:

$$R - S = \{t \mid t \in R \wedge t \notin S\}$$

- A diferença de conjuntos precisam de relações compatíveis
 - R e S precisam ter a mesma aridade
 - os domínios de atributo de R e S precisam ser compatíveis

Operação de diferença – exemplo

- Relações R, S :

R

a	b
α	1
α	2
β	1

S

a	b
α	2
β	3

- $R - S$

a	b
α	1
β	1

Operação de produto cartesiano

- Notação $R \times S$
- Definida como:

$$R \times S = \{t q \mid t \in R \wedge q \in S\}$$

- Considere que os atributos de $R(\mathcal{R})$ e $S(\mathcal{S})$ sejam disjuntos
 - $\mathcal{R} \cap \mathcal{S} = \emptyset$
- Se os atributos de $R(\mathcal{R})$ e $S(\mathcal{S})$ não forem disjuntos, então, o restante precisa ser usado

Operação de produto cartesiano – exemplo

■ Relações R, S

R

a	b
α	1
β	2

S

c	d	e
α	10	x
β	10	x
β	20	y
γ	10	y

■ $R \times S$

a	b	c	d	e
α	1	α	10	x
α	1	β	10	x
α	1	β	20	y
α	1	γ	10	y
β	2	α	10	x
β	2	β	10	x
β	2	β	20	y
β	2	γ	10	y

Expressão Algébrica: definição formal

- Uma expressão básica na álgebra relacional consiste em qualquer um dos seguintes:
 - Uma relação no banco de dados
 - Uma relação constante
- Seja E_1 e E_2 expressões de álgebra relacional; todas as expressões a seguir são de álgebra relacional:
 - $E_1 \cup E_2$
 - $E_1 - E_2$
 - $E_1 \times E_2$
 - $\sigma_p(E_1)$, p é um predicado nos atributos em E_1
 - $\pi_S(E_1)$, S é uma lista consistindo em alguns dos atributos em E_1

Exemplo de expressão algébrica

- Relação

a	b	c	d	e
α	1	α	10	x
α	1	β	10	x
α	1	β	20	y
α	1	γ	10	y
β	2	α	10	x
β	2	β	10	x
β	2	β	20	y
β	2	γ	10	y

- $\sigma_{A=C}(R \times S)$

a	b	c	d	e
α	1	α	10	x
β	2	β	10	x
β	2	β	20	y

Operação atribuição

- A operação atribuição (\leftarrow) fornece uma maneira conveniente de expressar consultas complexas
- Escreva consulta como um programa sequencial consistindo em
 - uma série de atribuições
 - seguidas de uma expressão cujo valor é exibido como resultado da consulta
 - A atribuição precisa sempre ser feita para uma variável de relação temporária
- Exemplo:
 - $R \leftarrow (tomador \times emprestimo)$
 - $S \leftarrow \sigma_{tomador.numeroEmprestimo = emprestimo.numeroEmprestimo} (R)$

Operação junção natural

- Notação: $R \bowtie S$
- Sejam R e S relações nos esquemas \mathcal{R} e \mathcal{S} respectivamente. Então, $R \bowtie S$ é uma relação no esquema $\mathcal{R} \cup \mathcal{S}$ obtida desta forma:
 - Considere cada par de tuplas tr de R e ts de S .
 - Se tr e ts possuem o mesmo valor em cada um dos atributos em $\mathcal{R} \cap \mathcal{S}$, acrescente uma tupla t ao resultado, onde
 - t possui o mesmo valor de tr em R
 - t possui o mesmo valor de ts em S
- Exemplo:
 - $R(\mathcal{R}) = (A, B, C, D)$
 - $S(\mathcal{S}) = (E, B, D)$
 - esquema($R \bowtie S$) = (A, B, C, D, E)
 - $R \bowtie S$ é definido como:

$$\pi_{r.A, r.B, r.C, r.D, s.E} (\sigma_{r.B = s.B \wedge r.D = s.D} (R \times S))$$

Operação junção natural – Exemplo

- Relações R, S :

R

a	b	c	d
α	1	α	x
β	2	γ	x
γ	4	β	y
α	1	γ	x
δ	2	β	y

S

b	d	e
1	x	α
3	x	β
1	x	γ
2	y	δ
3	y	ϵ

- $R \bowtie S$

a	b	c	d	e
α	1	α	x	α
α	1	α	x	γ
α	1	γ	x	α
α	1	γ	x	γ
δ	2	β	y	δ

Projeção generalizada

- Estende a operação projeção permitindo que funções aritméticas sejam usadas na lista de projeção

$$\pi_{F_1, F_2, \dots, F_n}(E)$$

- E é qualquer expressão de álgebra relacional
- Cada F_1, F_2, \dots, F_n é uma expressão aritmética envolvendo constantes e atributos no esquema de E

Funções e operações agregadas

- As funções agregadas tomam uma coleção de valores e retornam um único valor como resultado
 - *avg*: valor médio
 - *min*: valor mínimo
 - *max*: valor máximo
 - *sum*: soma dos valores
 - *count*: número de valores
- Operação agregada na álgebra relacional
- $G_1, G_2, \dots, G_n \Gamma_{F_1(a_1), F_2(a_2), \dots, F_m(a_m)}(E)$
- E é qualquer expressão de álgebra relacional
 - G_1, G_2, \dots, G_n uma lista de atributos em que agrupar (pode ser vazia)
 - Cada F_i é uma função agregada
 - Cada a_i é um nome de atributo

Operação agregada – Exemplo

- Relação R:

a	b	c
α	α	7
α	β	7
β	β	3
β	β	10

- $\Gamma_{sum(c)}(R)$

Sum (c)
27

Operação agregada – Exemplo

- Relação *conta* agrupada por *nomeAgencia*:

nomeAgencia	numeroConta	soma
Perryridge	A-102	400
Perryridge	A-201	900
Brighton	A-217	750
Brighton	A-215	750
Redwood	A-222	700

- $\text{nomeAgencia} \Gamma_{\text{sum}(\text{saldo})}(\text{conta})$

nomeAgencia	sum(saldo)
Perryridge	1300
Brighton	1500
Redwood	700

Funções agregadas (cont.)

- O resultado da agregação não possui um nome
 - Pode usar a operação renomeação para fornecer-lhe um nome
 - Para conveniência, permitimos a renomeação como parte da operação agregada
 - $\text{nomeAgencia} \Gamma_{\text{sum}(\text{saldo}) \text{ as } \text{saldoSoma}}(\text{conta})$

Junção externa

- Uma extensão da operação junção que evita a perda de informações
- Calcula a junção e acrescenta ao resultado as tuplas de uma relação que não correspondem às tuplas na outra relação
- Usa valores nulos:
 - nulo significa que o valor é desconhecido ou inexistente
 - Todas as comparações envolvendo valores nulos são (grosseiramente falando) falsas por definição
 - Estudaremos o significado exato das comparações com nulos mais adiante

Junção interna

- Relação R

a	b
L-170	Red
L-230	Green
L-160	Blue

- $R \bowtie S$

a	b	c	d
L-170	Red	3000	Jones
L-230	Green	4000	Smith

- Relação S

b	c	d
Red	3000	Jones
Green	4000	Smith
Yellow	1000	Suzan

Junção externa esquerda

- Relação R

a	b
L-170	Red
L-230	Green
L-160	Blue

- $R \bowtie S$

a	b	c	d
L-170	Red	3000	Jones
L-230	Green	4000	Smith
L-160	Blue	null	null

- Relação S

b	c	d
Red	3000	Jones
Green	4000	Smith
Yellow	1000	Suzan

Junção externa direita

- Relação R

a	b
L-170	Red
L-230	Green
L-160	Blue

- $R \bowtie S$

a	b	c	d
L-170	Red	3000	Jones
L-230	Green	4000	Smith
null	Yellow	1000	Suzan

- Relação S

b	c	d
Red	3000	Jones
Green	4000	Smith
Yellow	1000	Suzan

Junção externa integral

■ Relação R

a	b
L-170	Red
L-230	Green
L-160	Blue

■ Relação S

b	c	d
Red	3000	Jones
Green	4000	Smith
Yellow	1000	Suzan

■ $R \bowtie S$

a	b	c	d
L-170	Red	3000	Jones
L-230	Green	4000	Smith
L-160	Blue	null	null
null	Yellow	1000	Suzan

Operação divisão

- Notação: $R \div S$
- Adequado para consultas que incluem a frase “para todo”
- Sejam R e S relações nos esquemas \mathcal{R} e \mathcal{S} respectivamente, onde
 - $\mathcal{R} = (A_1 \dots, A_m, B_1, \dots, B_n)$
 - $\mathcal{S} = (B_1, \dots, B_n)$
 - O resultado de $R \div S$ é uma relação no esquema
 - $\mathcal{R} - \mathcal{S} = (A_1 \dots, A_m)$
 - $R \div S = \{ t \mid t \in \pi_{\mathcal{R} - \mathcal{S}}(R) \wedge \forall u \in S (tu \in R) \}$
 - Onde tu significa a concatenação das tuplas t e u para produzir uma única tupla

Operação divisão – Exemplo

- Relações R, S:

R

a	b
α	1
α	2
α	3
β	1
γ	1
δ	1
δ	3
δ	4
ε	6
ε	1
β	2

S

b
1
2

- $R \div S$:

a
α
β

Outro exemplo de divisão

- Relações R, S:

R

a	b	c	d	e
α	x	α	x	1
α	x	γ	x	1
α	x	γ	y	1
β	x	γ	x	1
β	x	γ	y	3
γ	x	γ	x	1
γ	x	γ	y	1
γ	x	β	y	1

- $R \div S$:

S

d	e
x	1
y	1

a	b	c
α	x	γ
γ	x	γ

Modificação do banco de dados

- O conteúdo do banco de dados pode ser modificado usando as seguintes operações:
 - Exclusão
 - Inserção
 - Atualização
- Todas essas operações são expressas usando o operador de atribuição

Exclusão

- Uma requisição de exclusão é expressa semelhantemente a uma consulta, exceto que, em vez de exibir tuplas ao usuário, as tuplas selecionadas são removidas do banco de dados
- Pode excluir apenas tuplas inteiras; não pode excluir valores em atributos específicos
- Na álgebra relacional, uma exclusão é expressa por:
$$R \leftarrow R - E$$
- onde R é uma relação e E é uma consulta de álgebra relacional

Inserção

- Para inserir dados em uma relação:
 - especificamos uma tupla a ser inserida
 - escrevemos uma consulta cujo resultado é um conjunto de tuplas a serem inseridas
- Na álgebra relacional, uma inserção é expressa por:
$$R \leftarrow R \cup E$$
 - onde R é uma relação e E é uma expressão de álgebra relacional
- A inserção de uma única tupla é expressa fazendo E ser uma relação constante contendo uma tupla

Exercício #1

- Encontre todos os empréstimos de mais de US\$ 1200
 - `emprestimo (numeroEmprestimo, nomeAgencia, quantia)`

$\sigma_{quantia} > 1200$ (*emprestimo*)

Exercício #2

- Encontre o número de empréstimo para aqueles com quantia maior que US\$ 1200
 - `emprestimo (numeroEmprestimo, nomeAgencia, quantia)`

$\pi_{numeroEmprestimo}(\sigma_{quantia > 1200} (emprestimo))$

Exercício #3

- Encontre os nomes de todos os clientes que têm um empréstimo, uma conta, ou ambos, do banco
 - depositante (nomeCliente, numeroConta)
 - tomador (nomeCliente, numeroEmprestimo)

$$\pi_{nomeCliente}(tomador) \cup \pi_{nomeCliente}(depositante)$$

Exercício #4

- Encontre os nomes de todos os clientes que têm um empréstimo e uma conta no banco
 - depositante (nomeCliente, numeroConta)
 - tomador (nomeCliente, numeroEmprestimo)

$$\pi_{nomeCliente}(tomador) \cap \pi_{nomeCliente}(depositante)$$

Exercício #5

- Encontre o nome de todos os clientes que têm um empréstimo no banco e descubra a quantia do empréstimo
 - emprestimo (numeroEmprestimo, nomeAgencia, quantia)
 - tomador (nomeCliente, numeroEmprestimo)

$\pi_{nomeCliente, numeroEmprestimo, quantia}(tomador \bowtie emprestimo)$

Exercício #6

- Dada a relação $\text{infoCredito}(\text{nomeCliente}, \text{limite}, \text{saldoCredito})$, descubra quanto mais cada pessoa pode gastar:

$$\pi_{\text{nomeCliente}, \text{limite} - \text{saldoCredito}}(\text{infoCredito})$$

Exercício #7

- Encontre todos os clientes que têm uma conta em todas as agências localizadas na cidade de Brooklyn
 - agencia (nomeAgencia, cidadeAgencia, ativo)
 - conta (numeroConta, nomeAgencia, saldo)
 - depositante (nomeCliente, numeroConta)

$$\pi_{\text{nomeCliente, nomeAgencia}} (\text{depositante} \bowtie \text{conta}) \div \pi_{\text{nomeAgencia}} (\sigma_{\text{cidadeAgencia} = \text{"Brooklyn"}}(\text{agencia}))$$

Exercício #8

- Exclua todos os registros de conta na agência Perryridge
 - *conta* (*numeroConta*, *nomeAgencia*, *saldo*)

conta ← *conta* - $\sigma_{\text{nomeAgencia} = \text{"Perryridge"}}$ (*conta*)

Exercício #9

- Insira informações no banco de dados especificando que Smith possui US\$ 1200 na conta A-973 na agência Perryridge
 - $\text{conta}(\text{numeroConta}, \text{nomeAgencia}, \text{saldo})$

$\text{conta} \leftarrow \text{conta} \cup \{(A - 973, \text{"Perryridge"}, 1200)\}$
 $\text{depositante} \leftarrow \text{depositante} \cup \{(\text{"Smith"}, A - 973)\}$

Referências

