

Teorema do Limite Central

Prof. Eduardo Bezerra

Inferência Estatística

24 de março de 2018

Roteiro

1 Definição

2 Corolários

Roteiro

1 Definição

2 Corolários

Teorema do Limite Central (TLC)

Teorema do limite central

Para amostras aleatórias simples (X_1, X_2, \dots, X_n) , retiradas de uma população com média μ e variância σ^2 finita, a distribuição amostral da média, \bar{X} , aproxima-se, conforme n cresce, de uma distribuição normal, com média μ e variância σ^2/n .

Teorema do limite central (TLC)

Se a amostra for extraída de uma população cuja distribuição é

- **bastante assimétrica**, será necessário um n relativamente grande.
- **aproximadamente simétrica**, a aproximação do TLC pode ser boa até para valores pequenos de n .

Evidências empíricas mostram que, para a maioria das populações, se o tamanho da amostra for maior do que 30, a aproximação do TLC é boa.

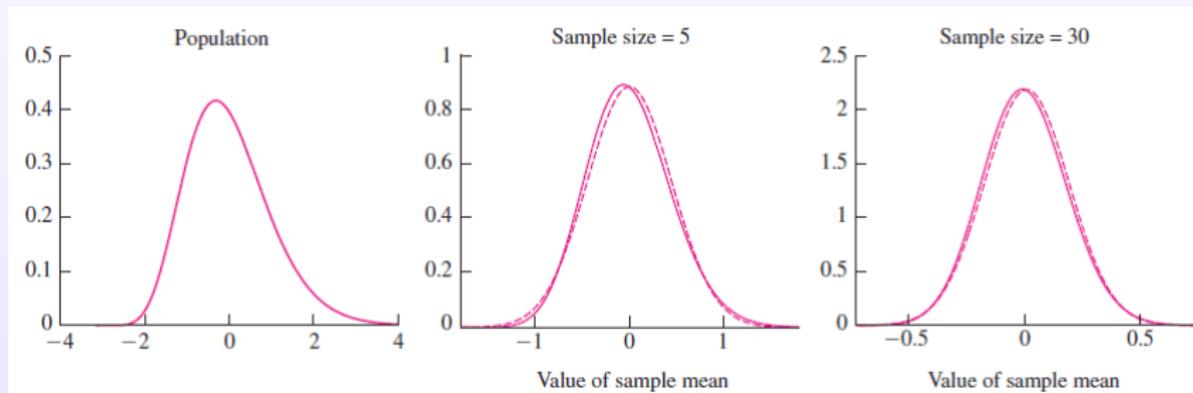
Teorema do limite central (TLC)

O TLC afirma que a distribuição de \bar{X} aproxima-se de uma normal quando n tende a infinito, e a rapidez dessa convergência depende da distribuição da qual a amostra é retirada. Nas ilustrações a seguir,

- mais à esquerda, temos uma função de distribuição de uma v.a. que representa alguma população;
- as duas figuras à direita de cada ilustração são as distribuições amostrais (linha sólida) para amostras de tamanhos 5 e 30, respectivamente, com a curva normal (linha tracejada) sobreposta;
- note-se que duas das distribuições originais são contínuas, e uma é discreta. O TLC vale para distribuições contínuas e discretas.

Teorema do limite central (TLC) - ilustração (a)

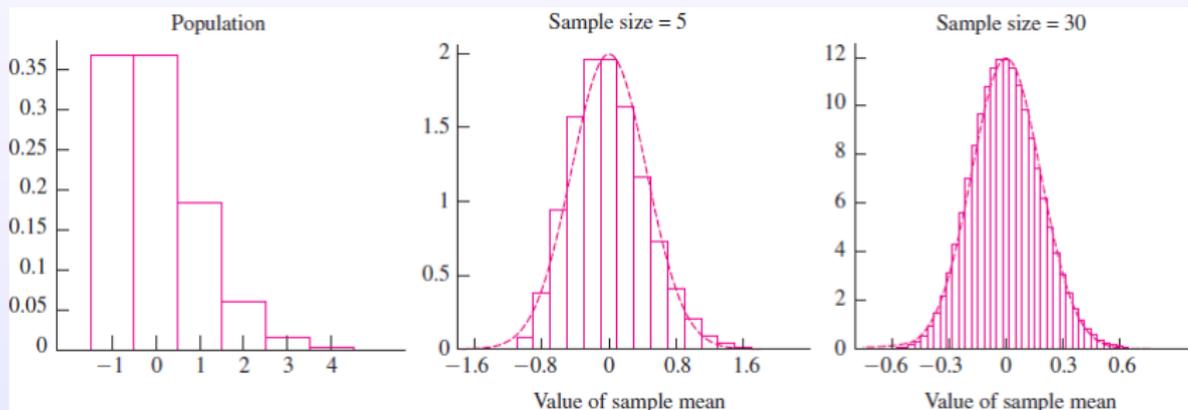
Uma vez que a distribuição da população é quase simétrica, a aproximação normal é boa, mesmo para um tamanho de amostra tão pequeno como 5.



Fonte da figura: Navidi, página 292

Teorema do limite central (TLC) - ilustração (b)

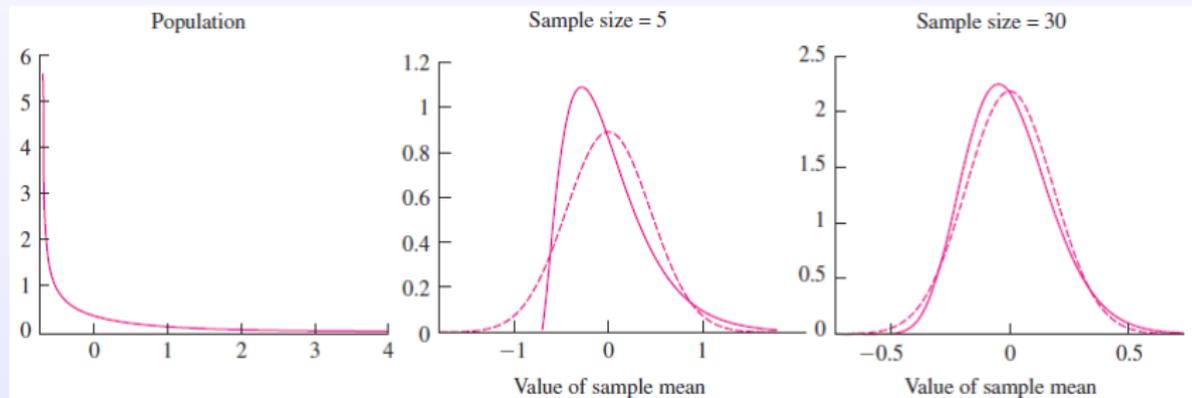
Aqui, a distribuição da população é um pouco distorcida. Mesmo assim, a aproximação normal está razoavelmente aproximada, mesmo para $n = 5$; a aproximação é muito boa para $n = 30$.



Fonte da figura: Navidi, página 292

Teorema do limite central (TLC) - ilustração (c)

Aqui, a distribuição da população é altamente assimétrica. A aproximação normal não é boa para $n = 5$, e razoavelmente boa para $n = 30$.



Fonte da figura: Navidi, página 292

Roteiro

1 Definição

2 Corolários

Teorema do limite central (TLC) - corolários

Há dois corolários importantes do TCL, enunciados a seguir.

Corolário 1

Se (X_1, X_2, \dots, X_n) for uma AAS de uma população com média μ e variância finita σ^2 , e $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \dots + X_n)/n$, então

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1).$$

Nesse corolário, note que se fez a transformação de \bar{X} para a normal padrão. Observe também que a expressão acima pode ser escrita como

$$Z = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \sim N(0,1).$$

Teorema do limite central (TLC) - corolários (cont.)

Chamemos de e a v.a. que mede a diferença entre a estatística \bar{X} e o parâmetro μ , i.e., $e = \bar{X} - \mu$; e é o chamado **erro amostral da média**. O segundo corolário faz menção a essa variável.

Corolário 2

A distribuição de e aproxima-se de uma distribuição normal com média 0 e variância σ^2/n , isto é,

$$\frac{e\sqrt{n}}{\sigma} \sim N(0,1).$$