

CEFET/RJ Inteligência Artificial (2018.1) Prof. Eduardo Bezerra (ebezerra@cefet-rj.br) Lista de exercícios 05
--

Créditos: essa lista de exercícios contém a tradução dos exercícios retirados do livro texto da disciplina (AIMA).

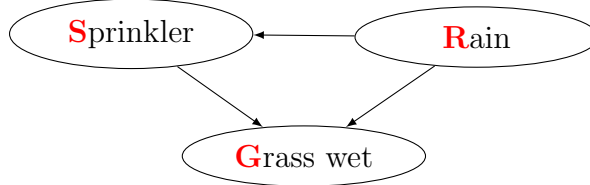
1. **(Probabilidades marginais e condicionais)** Considere a distribuição de probabilidades conjunta apresentada abaixo, que envolve as variáveis aleatórias binárias *Toothache*, *Catch* e *Cavity*:

	<i>toothache</i>		$\neg$ <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	0.108	0.012	0.072	0.008
$\neg$ <i>cavity</i>	0.016	0.064	0.144	0.576

Compute o seguinte:

- (a) $\Pr(\textit{toothache})$,
 - (b) $\Pr(\textit{Cavity})$,
 - (c) $\Pr(\textit{Toothache} \mid \textit{cavity})$,
 - (d) $\Pr(\textit{Cavity} \mid \textit{toothache} \wedge \textit{catch})$.
2. **(Regra de Bayes)** Suponha que um exame médico é 99% preciso. Suponha também que aplicação desse exame em um paciente dá resultado positivo. A doença detectada pelo exame é rara: apenas 1 em cada 10.000 indivíduos da população tem a doença. Quais são as chances de o paciente ter realmente a doença, dado que o resultado do exame foi positivo?
 3. **(Redes Bayesianas)** Considere a rede bayesiana fornecida abaixo. Forneça a distribuição conjunta sobre as três variáveis.

	S	
R	T	F
F	0.4	0.6
T	0.01	0.99



	S	
	T	F
	0.2	0.8

		G	
S		T	F
F	F	0.4	0.6
F	T	0.01	0.99
T	F	0.01	0.99
T	T	0.01	0.99

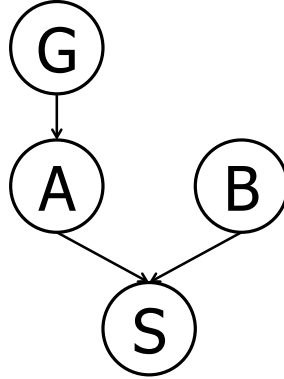
4. (Redes Bayesianas - inferência) Considerando ainda a rede bayesiana do item anterior. Considere também que a tabela a seguir apresenta uma sequência de números aleatórios, que você pode usar para realizar inferência aproximada sobre a rede e responder a alguma consultas probabilísticas. Considere esses números fornecidos na seguinte ordem: de cima para baixo, e da esquerda para a direita.

0.02	0.06	0.02	0.84	0.02	0.59
0.33	0.23	0.87	0.49	0.40	0.22
0.33	0.48	0.78	0.42	0.82	0.35

- Quais são as ordenações lineares possíveis na rede bayesiana?
 - Usando Amostragem a Priori (*Prior Sampling*), compute aproximações para $\Pr(R)$, $\Pr(S)$, $\Pr(G)$ e $\Pr(G|S = \text{True})$
 - Usando Amostragem por Rejeição (*Rejection Sampling*), compute aproximações para $\Pr(R)$, $\Pr(G|S = \text{True})$ e $\Pr(G)$
 - Usando Ponderação por Verossimilhança (*Likelihood Weighting*), compute aproximações para $\Pr(R)$, $\Pr(G|S = \text{False})$ e $\Pr(G)$
5. Suponha que um paciente possa ter um sintoma (S) que pode ser causado por duas doenças diferentes (A e B). Sabe-se que a variação do gene G desempenha um grande papel na manifestação da doença A . A rede bayesiana e tabelas de probabilidade condicionais correspondentes para esta situação são mostradas abaixo.
- Compute a seguinte entrada para a distribuição oconjunta: $\Pr(+g, +a, +b, +s) =$
 - Qual é a probabilidade de que um paciente tem a doença A ? $\Pr(+a) =$
 - Qual é a probabilidade de que um paciente tem a doença A dado que ele tem a doença B ? $\Pr(+a|+b) =$

$\Pr(G)$	
$+g$	0.1
$-g$	0.9

$\Pr(A G)$		
$+g$	$+a$	1.0
$+g$	$-a$	0.0
$-g$	$+a$	0.1
$-g$	$-a$	0.9



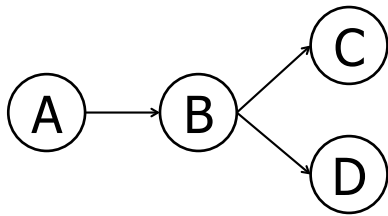
$\Pr(B)$	
$+b$	0.4
$-b$	0.6

$\Pr(S A, B)$			
$+a$	$+b$	$+s$	1.0
$+a$	$+b$	$-s$	0.0
$+a$	$-b$	$+s$	0.9
$+a$	$-b$	$-s$	0.1
$-a$	$+b$	$+s$	0.8
$-a$	$+b$	$-s$	0.2
$-a$	$-b$	$+s$	0.1
$-a$	$-b$	$-s$	0.9

6. Considere novamente a rede bayesiana da questão 5.

- Qual é a probabilidade de que um paciente tem a doença A dado que ele tem o sintoma S e a doença B ? $\Pr(+a|+s, +b) =$
- Qual é a probabilidade de que um paciente tem a doença de carregar a variante do gene G dado que ele tem a doença A ? $\Pr(+g|+a) =$
- Qual é a probabilidade de que um paciente tem a doença de carregar a variante do gene G dado que ele tem a doença B ? $\Pr(+g|+b) =$

7. Considere a rede bayesiana abaixo, e as CPTs correspondentes:



A	$\Pr(A)$
$+a$	$1/5$
$-a$	$4/5$

B	C	$\Pr(C B)$
$+b$	$+c$	$1/4$
$+b$	$-c$	$3/4$
$-b$	$+c$	$2/5$
$-b$	$-c$	$3/5$

A	B	$\Pr(B A)$
$+a$	$+b$	$1/5$
$+a$	$-b$	$4/5$
$-a$	$+b$	$1/2$
$-a$	$-b$	$1/2$

B	D	$\Pr(D B)$
$+b$	$+d$	$1/2$
$+b$	$-d$	$1/2$
$-b$	$+d$	$4/5$
$-b$	$-d$	$1/5$

- Sua tarefa é estimar $\Pr(+b|-a, -c, -d)$ usando amostragem. Abaixo são fornecidas algumas amostras que foram produzidas por meio de *prior sampling* (i.e., o estágio de rejeição na amostragem por rejeição não aconteceu ainda). Circle as amostras que seriam rejeitadas se fosse aplicada a amostragem por rejeição (*rejection sampling*):

$$\begin{array}{ccccccccc}
-a & -b & +c & +d & -a & -b & -c & -d \\
+a & -b & -c & +d & -a & +b & +c & +d \\
-a & -b & +c & -d & +a & -b & -c & -d
\end{array}$$

- (b) Usando as amostras acima, qual valor você estima para $\Pr(+b | -a, -c, -d)$ usando amostragem por rejeição?
- (c) Usando as amostras abaixo (que foram geradas usando ponderação por verossimilhança (*likelihood weighting*)), produza uma estimativa para $\Pr(+b | -a, -c, -d)$ ponderação por verossimilhança, ou declare que a computação é impossível, se for o caso.

$$\begin{array}{cccc}
-a & -b & -c & -d \\
-a & +b & -c & -d \\
-a & -b & -c & -d
\end{array}$$